Universidad Nacional de San Luis
Fac. Cs. Físico-Matemáticas y Naturales
Departamento de Física

APUNTES DE FISICA

Para Alumnos de las Carreras:

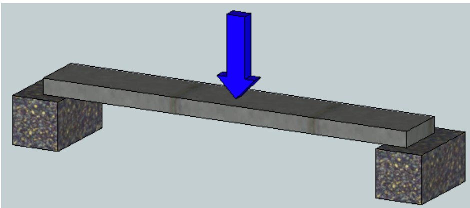
Tecnicatura en Obras Viales
Tecnicatura en Explotación Minera
Tecnicatura en Procesamiento de Minerales

Capítulo 5

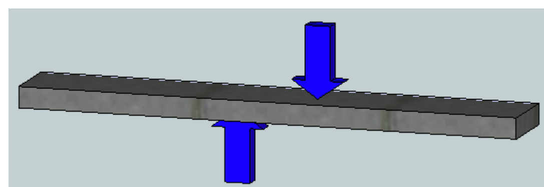
Propiedades de los Materiales

Elasticidad: Esfuerzo y deformación unitaria

Estudiaremos **los efectos de las fuerzas aplicadas** a cualquier objeto que **cambia de forma** bajo la acción de estas fuerzas.



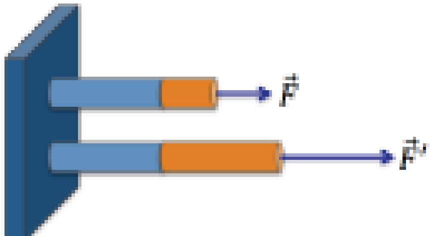
Si las fuerzas son suficientemente grandes, el objeto se romperá o fracturará,



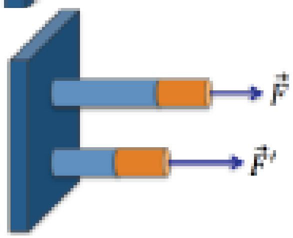
Todos los materiales sólidos son **elásticos** en mayor o menor grado; es decir, un cuerpo que se deforma levemente por la aplicación de una fuerza regresa a sus dimensiones o forma original cuando deja de aplicarse la fuerza.

Elasticidad: Esfuerzo y deformación unitaria

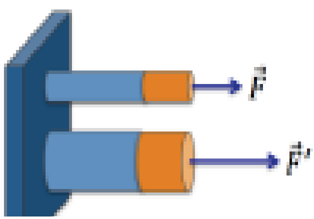
¿De qué depende el cambio en la longitud de un objeto?



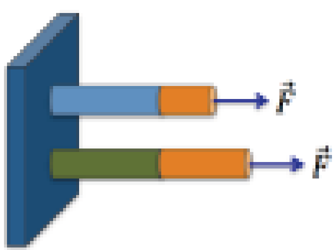
- De la magnitud de la fuerza aplicada



- De la longitud inicial del objeto



- De su sección transversal



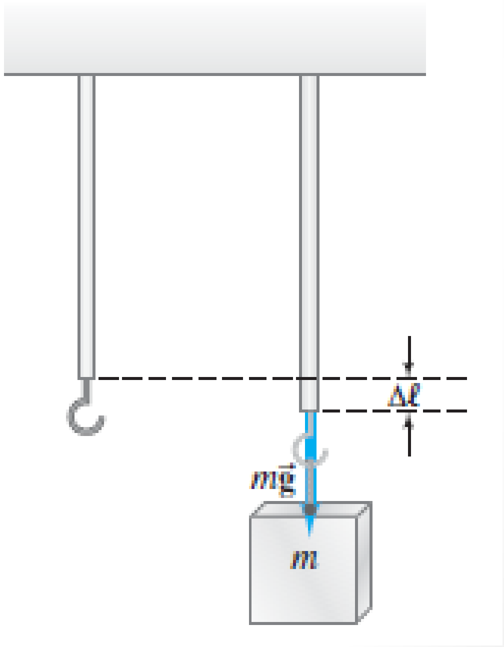
- Del material del cual está hecho

Ley de Hooke

El cambio en la longitud es proporcional a la fuerza aplicada:

$$\boxed{F = k\Delta l}$$

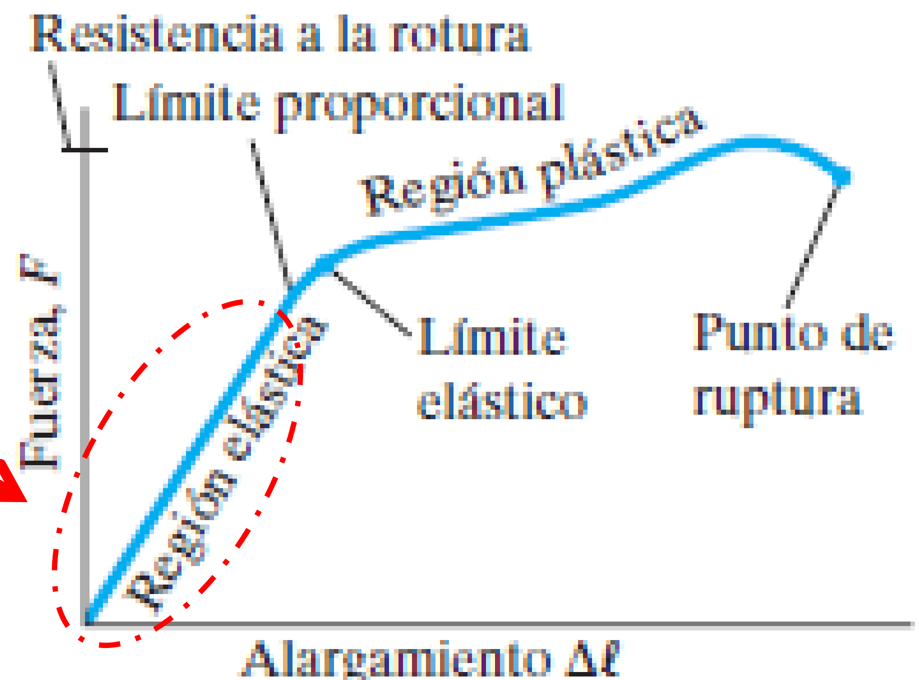
donde k es la constante elástica del material. Esta ecuación es válida para cualquier material, pero hay que tener cuidado.



Ley de Hooke

Esta proporcionalidad es válida hasta el límite lineal. Más allá de este punto, el objeto volverá a su forma original hasta el límite elástico. Después, el material se deforma permanentemente, hasta que se rompe en el punto de fractura.

$$\boxed{F = k\Delta l}$$



Esfuerzo y deformación unitaria

Las propiedades elásticas de los sólidos suelen describirse en términos de esfuerzo y esfuerzo de deformación.

El **esfuerzo** es una medida de la fuerza que causa una deformación.

$$\boxed{Esfuerzo = \sigma = \frac{F}{A}}$$

Unidad SI de esfuerzo:
$[\sigma]$ =N/m^2

Aquí, *F* es la magnitud de la fuerza aplicada normal (perpendicular) al área transversal.

La **deformación es una medida** de que tanto cambia la forma por un esfuerzo.

$$\boxed{Deformación = |cambio\ de\ longitud| = |\Delta l|}$$

Esfuerzo y deformación unitaria

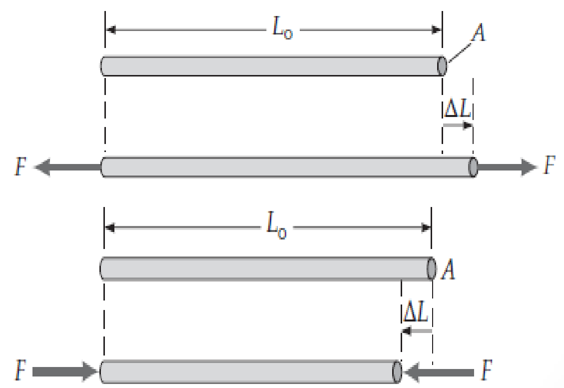
La **deformación unitaria** es una **medida relativa** de que tanto cambia la forma por un esfuerzo.

$$\boxed{Deformación\ unitaria = \frac{|cambio\ de\ longitud|}{longitud\ original}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}}$$

$l = l_0 + \Delta l$

Longitud final



$\Delta l > 0$

Esfuerzo de tensión

$\Delta l < 0$

Esfuerzo de compresión

La deformación es una cantidad adimensional positiva.

Módulo de Young

El módulo de elasticidad para una tensión o compresión se denomina **módulo de Young (E)**, y se define como el cociente entre esfuerzo (σ) y la deformación unitaria (ε):

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0}}$$

Unidad SI del módulo de Young: [E] =N/m²

Despejanjo F de la ecuación y comparando esta última expresión con la Ley de Hooke ($F = k\Delta l$) se tiene que la constante de elasticidad es:

$$F = \frac{EA}{l_0}\Delta l \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{EA}{l_0}}$$

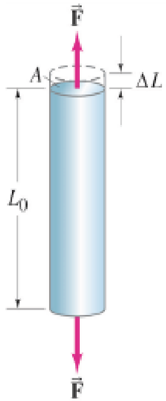
Módulo de Young

Tipos de esfuerzo

Esfuerzo de Tensión

Las fuerzas tienden a **estirar** al objeto.

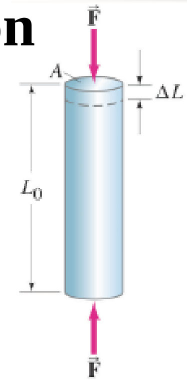
$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A}L_0$$



Esfuerzo de Compresión

Las fuerzas tienden a **comprimir** al objeto.

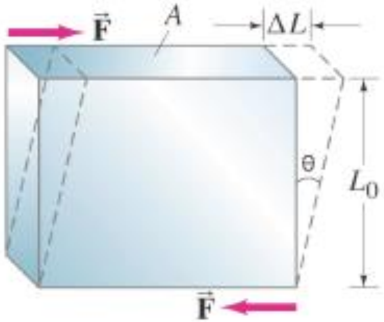
$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A}L_0$$



Esfuerzo de Corte o Cizalladura

Las fuerzas tienden a **deformar** al objeto.

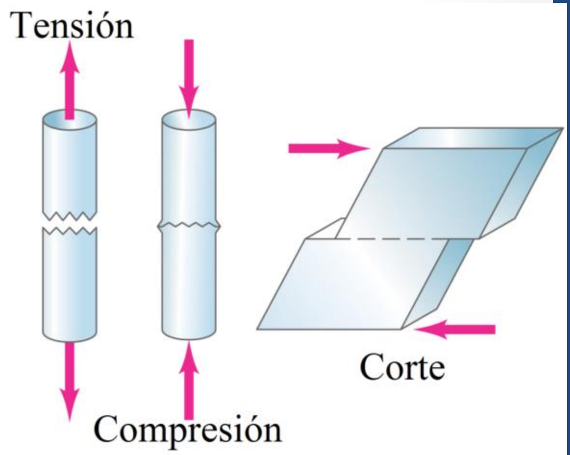
$$\Delta L = \frac{1}{G}\frac{F}{A}L_0$$



G se llama **módulo de corte**

Fractura y Fatiga

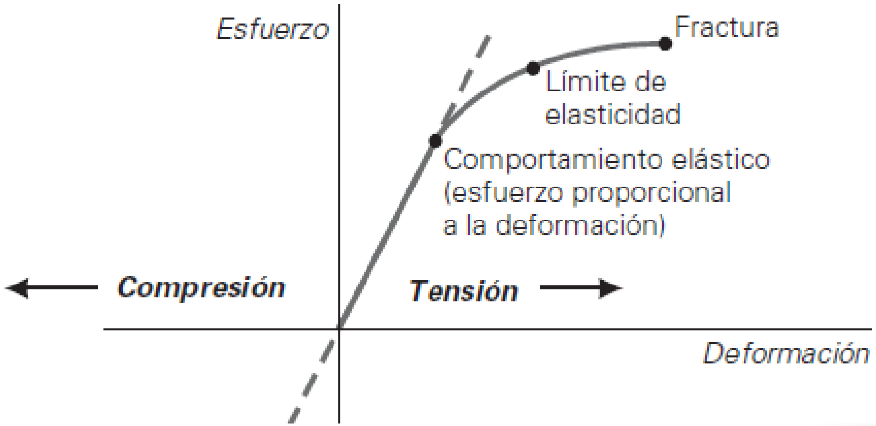
Si el esfuerzo es muy grande, el objeto se fracturará.



Los puntos de ruptura de los materiales bajo tensión, compresión y corte se han determinado experimentalmente.

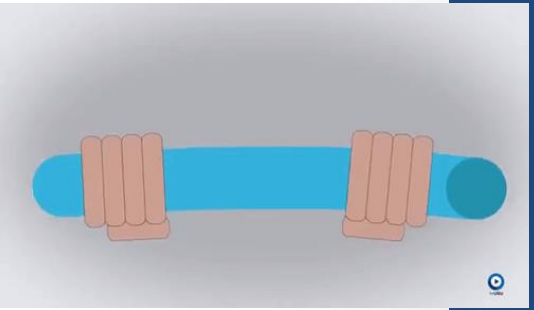
Fractura y Fatiga

La fuerza máxima que se puede aplicar sin ruptura se llama **resistencia a la rotura** del material.



Fatiga

- La fatiga es una forma de rotura que ocurre en estructuras sometidas a tensiones dinámicas.



- Su principal peligro es que puede ocurrir a una tensión menor que el límite elástico, y aparecer sin previo aviso, causando roturas catastróficas.

Módulo de Young y de Corte

Material	Módulo de Young E (N/m²)	Módulo de Corte G (N/m²)
Hierro	100×10^9	40×10^9
Acero	200×10^9	80×10^9
Bronce	100×10^9	35×10^9
Aluminio	70×10^9	25×10^9
Concreto	20×10^9	
Ladrillo	14×10^9	

Resistencia de Materiales

Esos valores dan la **fuerza máxima** por unidad de área, **o esfuerzo**, que un objeto puede resistir bajo cada uno de esos tres tipos de esfuerzo, para diversos materiales.

Material	Resistencia a Tensión (N/m^2)	Resistencia a Compresión (N/m^2)	Resistencia al Corte (N/m^2)
Hierro	170×10^6	550×10^6	170×10^6
Acero	500×10^6	500×10^6	250×10^6
Bronce	250×10^6	250×10^6	200×10^6
Aluminio	200×10^6	200×10^6	200×10^6
Concreto	2×10^6	20×10^6	2×10^6
Ladrillo		35×10^6	
Granito		170×10^6	
Madera Paralela	40×10^6	35×10^6	5×10^6
Perpendicular	40×10^6	10×10^6	5×10^6
Nylon	500×10^6		

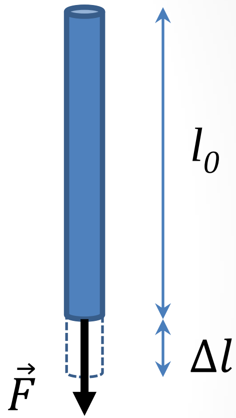
Al diseñar una estructura, para evitar la rotura se considera el ***factor de seguridad*** que va de 1/3 a 1/10 de la resistencia a la rotura, es decir, los esfuerzos reales sobre una estructura no deben exceder de un décimo a un tercio de los valores dados en la tabla.

Esfuerzo y deformación

Ejemplo: Un cable de acero, posee una longitud inicial de 1,60 m y diámetro d = 0,20 cm. ¿Cuánto vale la fuerza de tensión que experimenta cuando se lo estira 0,25 cm?

Suponemos que se mantiene la ley de Hooke.

$$F = \frac{EA}{l_0}\Delta l$$



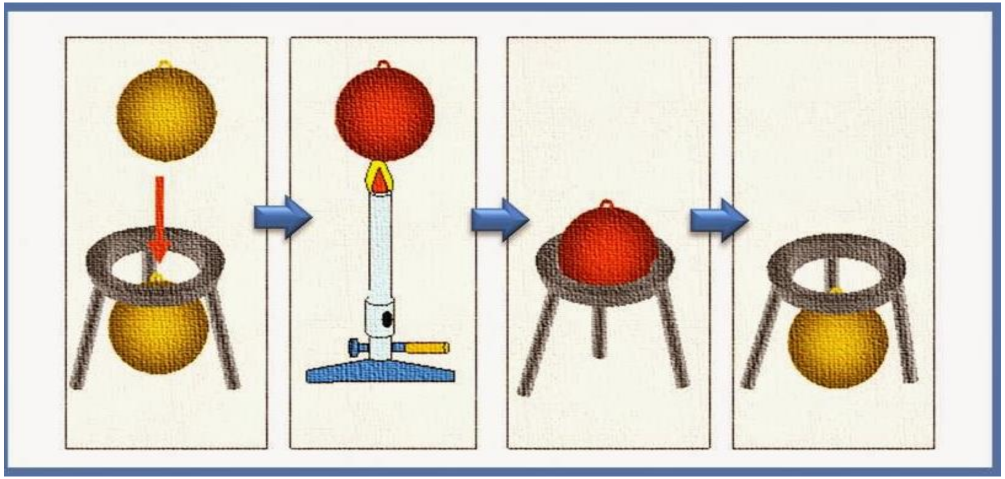
Datos:
d= 0.20 cm=0.002m=2x10^{-3}m
l_0=1.6 m
Δl=0.25 cm=0.0025m=2.5x10^{-3}m

- Calculamos el área A=$\pi r^2 = \pi(1 \text{ x}10^{-3}\text{m})^2 = 3.14\text{x}10^{-6}\text{m}^2$
- Obtenemos el módulo de Young (*E*) desde la tabla para el acero. *E*=200 x 10^9N/m^2

$$F = \frac{200 \times 10^9 N/m^2(3.14 \times 10^{-6} m^2)}{1.60m} 2.5 \times 10^{-3} m = \boxed{981\ N}$$

Expansión térmica

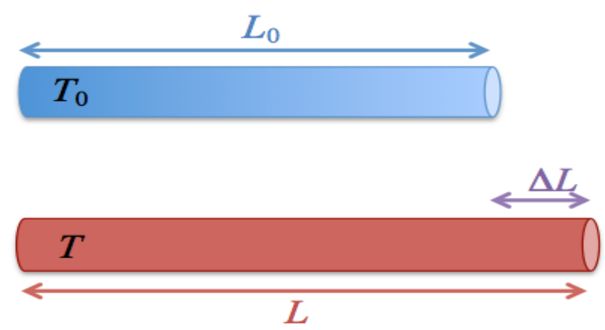
La mayoría de las sustancias se **expanden** cuando se **calientan** y se **contraen** cuando se **enfrían**. No obstante, la cantidad de expansión o contracción varía, dependiendo del material.



Expansión térmica:Expansión lineal

Los experimentos indican que el cambio en longitud ΔL de casi todos los sólidos es, en una buena aproximación, directamente proporcional al cambio en temperatura ΔT, en tanto ΔT no sea demasiado grande.

El cambio en la longitud también es proporcional a la longitud original del objeto, l_0.



$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta T)$$

Donde **α** es el coeficiente de expansión lineal. La unidad de α es grados recíprocos $(^{o}C)^{-1}$.

Expansión térmica:Expansión lineal

Si ΔT es positivo entonces la longitud aumenta (se dilata); y si ΔT es negativo entonces la longitud disminuye (se contrae).

Coeficientes de Dilatación a 20 °C

Material	Coeficiente de expansión lineal, α $(C^\circ)^{-1}$	Coeficiente de expansión volumétrica, β $(C^\circ)^{-1}$
Sólidos		
Aluminio	25×10^{-6}	75×10^{-6}
Latón	19×10^{-6}	56×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}	50×10^{-6}
Oro	14×10^{-6}	42×10^{-6}
Hierro o acero	12×10^{-6}	35×10^{-6}
Plomo	29×10^{-6}	87×10^{-6}
Vidrio (Pyrex®)	3×10^{-6}	9×10^{-6}
Vidrio (ordinario)	9×10^{-6}	27×10^{-6}
Cuarzo	0.4×10^{-6}	1×10^{-6}
Concreto y ladrillo	$\approx 12 \times 10^{-6}$	$\approx 36 \times 10^{-6}$
Mármol	$1.4–3.5 \times 10^{-6}$	$4–10 \times 10^{-6}$
Líquidos		
Gasolina		950×10^{-6}
Mercurio		180×10^{-6}
Alcohol etílico		1100×10^{-6}
Glicerina		500×10^{-6}
Agua		210×10^{-6}
Gases		
Aire (y la mayoría de otros gases a presión atmosférica)		3400×10^{-6}

Expansión térmica:Expansión lineal

Ejemplo: **Expansión de un puente.** La cama o armadura de acero de un puente de suspensión mide 200 m de largo a 20°C. Si los límites de temperatura a los que podría estar expuesto son -30°C y +40°C, ¿cuánto se contraerá y se expandirá?

Datos:

l_0=200 m

$T_0 = 20^oC$

$T_{max} = 40^oC$

$T_{min} = -30^oC$

- Obtenemos α de la Tabla α= 12 x10^{-6} $(°C)^{-1}$

1. Calculamos el aumento de longitud a 40°C

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T = (12 \times 10^{-6} °C^{-1})(200m)(40°C - 20°C)$$

$$\Delta l = 48000 \times 10^{-6} m = 48 \times 10^{-3} m = 0.048m$$

$$\boxed{\Delta l = 4.8\ cm}$$

Expansión térmica:Expansión lineal

2. Calculamos la contracción de longitud al disminuir la temperatura a - 30°C

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T = (12 \times 10^{-6} {}^{\circ}C^{-1})(200m)(-30^{\circ}C - 20^{\circ}C)$$

$$\Delta l = -120000 \times 10^{-6} m = -12 \times 10^{-2} m = -0.12m$$

$$\boxed{\Delta l = -12\ cm}$$

🤔 El rango total que deben acomodar las juntas de expansión es
12 cm + 4.8 cm ≈ 17 cm

Juntas de expansión en un puente.

Expansión térmica:Expansión volumétrica

El cambio en *volumen* de un material que experimenta un cambio de temperatura está dado por una relación similar a la expansión lineal.

$$\boxed{\Delta V = \beta V_0 \Delta T}$$

donde ΔT es el cambio en temperatura, V_0 es el volumen original, ΔV es el cambio en volumen y β es el *coeficiente de expansión volumétrica*. Las unidades de β son $(°C)^{-1}$.

siendo $\boldsymbol{\beta \approx 3\alpha}$, válida para sólidos que son isotrópicos (es decir, que tienen las mismas propiedades en todas direcciones).

Tensiones térmicas

En muchas situaciones, como en los edificios y caminos, los extremos de una viga o losa de material están fijos de manera rígida, lo que limita enormemente la expansión o la contracción. Cuando cambia su temperatura experimentará grandes esfuerzos térmicos.

Tensiones térmicas

La magnitud de tales tensiones se calcula usando el concepto de módulo elástico o módulo de Young

Para calcular la tensión interna, podemos considerar que este proceso ocurre en dos pasos:

1. La viga intenta expandirse (o contraerse) en una cantidad ΔL.

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

2. El sólido en contacto con la viga ejerce una fuerza para comprimirla (o expandirla), y mantenerla en su longitud original. La fuerza F requerida está dada por:

$$F = \frac{EA}{l_0}\Delta l$$

Reordenando, el esfuerzo térmico es:

$$\boxed{\frac{F}{A} = \alpha E \Delta T}$$

Tensiones térmicas

Ejemplo: **Tensión en el concreto en un día caluroso.**

Se va a construir una autopista con bloques de concreto de 10 m de largo colocados extremo con extremo sin espacio entre ellos que permita su expansión. Si los bloques se colocan a una temperatura de 10°C, ¿Qué tensión compresiva ocurrirá si la temperatura alcanza los 40°C? El área de contacto entre cada bloque es de 0.20 m^2. ¿Ocurrirá fractura?

Aplicamos la ecuación de esfuerzo térmico

$$\boxed{\frac{F}{A} = \alpha E \Delta T}$$

- Los valores de E y α se obtienen de las tablas respectivas.

$$E = 20 \times 10^9 N/m^2$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6}\ {}^{\circ}C^{-1}$$

Tensiones térmicas

Reemplazamos los datos

$$\frac{F}{A} = (12 \times 10^{-6}\,°C^{-1})(20 \times 10^{9} \mathrm{N}/m^2)(40°\mathrm{C} - 10°\mathrm{C})$$

$$\frac{F}{A} = 7200 \times 10^{3} N/m^2 = \boxed{7.2 \times 10^{6} N/m^2}$$

¿Ocurrirá fractura?

Material	Resistencia a Tensión (N/m²)	Resistencia a Compresión (N/m²)	Resistencia al Corte (N/m²)
Concreto	2×10^6	20×10^6	2×10^6

Esta tensión no está lejos de la resistencia a la ruptura del concreto bajo compresión (tabla) y supera el esfuerzo de tensión y corte.

- Si el concreto no está perfectamente alineado, parte de la fuerza actuará para cortar y es probable la fractura.
- Por eso se usan espaciadores suaves o juntas de expansión en las aceras, las autopistas y los puentes de concreto.

Resumen

- Ley de Hooke: $$\boxed{F = k\,\Delta L}$$
- Esfuerzo, σ: $$\boxed{\sigma = \frac{F}{A}}$$
- Deformación $$\boxed{\Delta l = l - l_0}$$
- Deformación unitaria $$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}}$$
- Módulo de Young $$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$
- Dilatación Térmica $$\boxed{\Delta l = \alpha l_0 \Delta T}$$
- Esfuerzos Térmicos $$\boxed{\frac{F}{A} = \alpha E \Delta T}$$

Apéndice: Notación científica

- La notación científica nos permite escribir números muy grandes o muy pequeños de forma abreviada.
- Esta notación consiste simplemente en multiplicar por una **potencia de base 10** con exponente positivo o negativo.

Exponente Positivo: 10^n Si *n* es positivo, la potencia de base 10 con exponente *n*, es decir, $\mathbf{10^{n}}$, es el número formado por la cifra 1 seguida de *n* ceros.

Ejemplo:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1000$$
$$10^7 = 10000000$$

El exponente indica el número de 0's.

Exponente Negativo: 10^{-n} la potencia de base 10 con exponente -*n*, es decir, $\mathbf{10^{-n}}$, es el número decimal 0,00...01 siendo n el número total de ceros.

Ejemplo:

$$10^{-1} = 0,1$$
$$10^{-2} = 0,01$$
$$10^{-3} = 0,001$$
$$10^{-7} = 0,0000001$$

El exponente indica el número de 0's, contabilizando también el cero situado a la izquierda de la coma.

Apéndice:Notación científica

Al multiplicar un número por la potencia **10^n** (con **exponente positivo**) se desplaza la coma hacia la **derecha** tantas posiciones como indica el exponente.

Ejemplo:

$$12{,}345 \cdot 10^2 = 1234{,}5$$
$$102{,}305 \cdot 10^3 = 102305$$
$$321 \cdot 10^2 = 32100$$
$$1{,}789 \cdot 10^5 = 178900$$

Al multiplicar un número por la potencia **10^{-n}** (con **exponente negativo**) se desplaza la coma hacia la **izquierda** tantas posiciones como indica el exponente (al cambiarle el signo).

Ejemplo:

$$12{,}345 \cdot 10^{-2} = 0{,}12345$$
$$102{,}305 \cdot 10^{-3} = 0{,}102305$$
$$321 \cdot 10^{-2} = 3{,}21$$
$$1789 \cdot 10^{-5} = 0{,}01789$$

Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, se añaden 0's (a la izquierda). Esto ocurre en el primer, segundo y cuarto número del ejemplo.

Apéndice: Operaciones matemáticas con notación científica

Suma y resta

Siempre que las potencias de 10 sean las mismas, se deben sumar los coeficientes (o restar si se trata de una resta), dejando la potencia de 10 con el mismo grado. En caso de que no tengan el mismo exponente, debe convertirse el coeficiente, multiplicándolo o dividiéndolo por 10 tantas veces como se necesite para obtener el mismo exponente.

Ejemplos:

$2\times\mathbf{10^5} + 3\times\mathbf{10^5} = 5\times\mathbf{10^5}$

$3\times\mathbf{10^5} - 0.2\times\mathbf{10^5} = 2.8\times\mathbf{10^5}$

$2\times\mathbf{10^4} + 3\times\mathbf{10^5} - 6\times\mathbf{10^3} =$ (tomamos el exponente 5 como referencia)

$= 0{,}2\times\mathbf{10^5} + 3\times\mathbf{10^5} - 0{,}06\times\mathbf{10^5} = 3{,}14\times\mathbf{10^5}$

Multiplicación

Para multiplicar cantidades escritas en notación científica se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes.

Ejemplo: $(4\times\mathbf{10^{12}})\times(2\times\mathbf{10^5}) = 8\times\mathbf{10^{17}}$

División

Para dividir cantidades escritas en notación científica se dividen los coeficientes y se restan los exponentes

Ejemplo: $\frac{48\times\mathbf{10^{10}}}{12\times\mathbf{10^{1}}} = 4\times\mathbf{10^9}$

Potenciación

Se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

Ejemplo: $(3\times\mathbf{10^6})^2 = 9\times\mathbf{10^{12}}$.

Radicación

Se debe extraer la raíz del coeficiente y se divide el exponente por el índice de la raíz.

Ejemplos: $\sqrt{9\times10^{26}} = 3\times10^{13}$; $\sqrt[3]{27\times10^{12}} = 3\times10^4$